

전기화학반응을 수반한 유로채널 형상에 따른 마찰계수에 대한 연구

조선아 · 이필형 · 한상석 · 최성훈[†] · 황상순^{††*}

인천대학교 기계공학과 대학원

[†]INNOFLOW, ^{††}인천대학교 기계공학과

(2007년 8월 31일 접수 : 2007년 10월 2일 채택)

Friction Factor in Micro Channel Flow with Electrochemical Reactions in Fuel Cell

Son Ah Cho, Pil Hyong Lee, Sang Seok Han, Seong Hun Choi[†], and Sang Soon Hwang^{††*}

Dept. of mechanical Engineering, University of Incheon, Incheon 402-749, Korea

[†]INNOFLOW, 407 Woolim E-biz Center II, 184-1 Guro-dong Guro-gu, Seoul 152-050, Korea

^{††}Dept. of Mechanical Engineering, University of Incheon, Incheon 402-749, Korea

(Received August 31, 2007 : Accepted October 2, 2007)

초 록

주어진 연료전지면적에서 반응면적이 넓을수록 성능이 향상되는 연료전지는 좁은 폭의 채널을 여러 개 존재하게 하는 구조를 선호하지만 채널 폭이 좁아질수록 압력이 커지는 문제가 고려되어야 한다. 그러나 현재 채널 구조에 따른 압력에 대한 연구는 많이 진행되어져 왔지만 대부분 반응을 고려하지 않았으며, 반응을 고려한 경우에 어떤 경향을 나타내는지 알아보는 것이 연료전지 유로설계에 있어 매우 중요하다. 본 논문에서 화학반응을 고려한 평행류, 90도 밴드형, serpentine 세가지 종류의 유로채널을 가진 연료전지를 수치 해석하여 반응을 고려하지 않은 경우와 마찰계수(fRe), 속도, 압력강하를 비교하여 본 결과 parallel과 bend 형태의 채널은 반응을 고려한 경우 반응에 의한 밀도의 감소에 따라 근소하게 감소한 것을 알 수 있었다. 그러나 serpentine채널은 다공성매체인 확산층을 통해 인접한 채널로 가스가 이동하는 bypass flow영향에 의하여 상대적으로 낮은 압력강하를 나타내는 것을 알 수 있었다.

Abstract : The performance of fuel cell is enhanced with increasing reaction surface. Narrow flow channels in flow plate cause increased pumping power. Therefore it is very important to consider the pressure drops in the flow channel of fuel cell. Previous research for pressure drop for micro channel of fuel cell was focused on effects of various configuration of flow channel without electrochemical reaction. It is very important to know pressure loss of micro flow channel with electrochemical reaction because fluid density in micro channel is changed due to chemical reaction. In this paper, it is investigated that the pressure drops in micro channel of various geometries at anode and cathode with electrochemical reaction and compared them to friction coefficient (fRe), velocity, pressure losses for corresponding non reacting flow channel. The results show that friction factors for cold flow channel could be used for parallel and bended flow channel for flow channel design of fuel cell. In the other hand, pressure drop for serpentine flow channel is the lowest among flow channels due to bypass flow across gas diffusion layer under reacting flow condition although its pressure drop is highest for cold flow condition.

Keywords : Friction factor, PEMFC, Electrochemical reaction, Bypass flow, Serpentine flow.

Nomenclature

A_{cv}	Specific surface area of the control volume [m^{-1}]
D_w	Diffusion coefficient of water [m^2/s]
F	Faraday constant [C/mol]
h	Convective heat transfer coefficient [W/m^2K]
I	Local current density [A/m^2]
$M_{m,dry}$	Equivalent weight of a dry membrane [kg/mol]

n	number of electrons in electrochemical reaction
n_d	Electro-osmotic drag coefficient
P	Pressure [Pa]
T	Temperature [K]
u	Velocity vector [m/s]

Greek letters

α	Net water flux per proton flux
ε	Porosity
k	ionic conductivity [S/m]
λ	water content in the membrane

*E-mail: hwang@incheon.ac.kr

μ	Dynamic viscosity [$kg \cdot s/m^2$]
ρ	Density of the mixture [kg/m^3]
$\rho_{m,dry}$	Density of a dry membrane [kg/m^3]
σ_m	Membrane conductivity [S/m]
Superscripts	
<i>eff</i>	effective value in porous region
<i>ref</i>	reference condition

1. 서 론

에너지 고갈과 환경오염문제를 해결할 만한 차세대 에너지원으로 가능성이 높은 연료전지는 현재 상용화하기에 문제가 되고 있는 것들을 보완하기 위하여 많은 연구가 진행이 되고 있다. 본 연구에서는 연료전지의 여러 종류 중 휴대성과 낮은 온도에서 작동이 되는 장점으로 인하여 가정용연료 혹은 자동차 구동장치로 적용이 가능한 PEM 연료전지의 특성에 대하여 알아보았다. 일반적으로 화학반응을 이용하여 화학에너지를 직접 전기에너지로 전환하여 사용하는 연료전지는 반응면적이 넓을 수록 성능이 향상되므로 가스가 유입되는 채널을 최대한 좁은 폭의 구조로 여러 개 존재하게 하여 동일한 면적 내에서 반응 면적을 증가시켜 더 높은 성능을 갖도록 하고 있다. 그러나 채널의 폭이 좁아질수록 반응면적은 넓어지나 압력도 또한 커지게 되어 채널의 형상을 잘 고려되어야 한다. 이러한 유로형상에 따른 채널 내의 압력강하와 관련하여 진행되어 온 연구를 살펴보면 Ward-Smith¹⁾는 다양한 곡률비를 적용한 굽힌 파이프에서의 마찰계수에 대한 실험데이터를 요약하여 곡률에 따른 recirculation 유동의 크기에 따라 압력 계수가 영향을 받는다는 것을 확인했다. 또한 Maharudrayya et al.²⁾도 층류 상태에서 반응이 없을 경우의 압력강하와 recirculation 영역의 상호관련성에 대한 연구를 하였으며 Rawool³⁾과 Pharoah⁴⁾는 반응을 고려하지 않은 유동에서 형상비, Re, 확산층의 기체투과도에 따른 압력강하특성을 수치해석을 하였고 Lan⁵⁾은 serpentine 채널에서 cross over 유동을 고려한 압력강하를 연구하였다. 그러나 반응을 고려하지 않은 채널은 산화극에서 나타나는 수소의 소비, 환

원극에서 일어나는 산소의 소비, 물의 생성등과 같은 유동특성이 마찰계수 및 압력강하에 어떠한 영향을 미치는지 알 수 없기 때문에 전기화학반응을 고려한 해석이 연료전지 유로설계에 매우 중요하다. 이러한 전기화학반응을 고려한 최근의 연구로 Dutta et al.⁶⁾은 운전조건에 따른 밀도 변화가 압력강하에 미치는 연구를 하였고 Wang Ying et al.⁷⁾은 반응 면적에 따른 압력강하와 전류밀도에 대한 연구를 하였다. Yuan⁸⁾ and Rawool⁹⁾은 제한된 마찰계수에서의 parallel 유동과 PEMFC의 구부러진 유동 채널에서 가스유동과 열전달을 수치 해석하여 조사하였으나 제한된 유로형상으로 인해 반응을 고려하지 않은 경우와의 차이를 나타내는 데 한계를 보였다. 본 논문에서는 전기화학반응을 가진 산화극과 환원극에서의 다양한 유동형상을 적용하여 마이크로 유동채널에서 압력이 반응을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우 어떠한 차이를 보이고 있는지 알아보고자 한다. 이를 위하여 본 연구에서 고려한 유동 채널은 parallel, bended, serpentine 채널로서 전기화학반응 유무에 따른 압력계수 및 압력강하특성과 압력강하에 미치는 각 유로형상의 영향을 연료전지 해석에 맞게 수정된 Fluent(10)의 User Define Function의 기능을 이용한 수치해석을 통하여 알아보았다.

2. 지배방정식

Fig. 1은 3가지 유로채널에서 산화극의 유동채널, 확산층, 촉매층, MEA, 환원극의 촉매층, 확산층, 유동채널의 격자형태를 나타내고 있다. 수치계산은 Xeon(TM) CPU 2.8 GHz PC를 사용하였고 계산에 사용된 총 격자수는 60,000개 수준이며, iterations 수는 대략 10,000번이다. 수치계산의 입력 및 운전조건을 Table. 1에 나타내었다.

2.1 지배방정식

전기화학반응을 수반한 유동해석에 관련된 질량 보존방정식, 운동량 보존방정식, 화학종 보존방정식, 에너지 보존방정식으로 다음과 같다:

질량보존방정식은 다음과 같이 표현된다.

Table 1. Source terms by electrochemical reaction

Source term	Equation
S_m	$S_{H_2} + S_{H_2O_a} \rightarrow \text{anode side}$ $S_{O_2} + S_{H_2O_c} \rightarrow \text{cathode side}$
S_n	$-\frac{\mu u}{\beta}$
S_k	$S_{H_2} = -\frac{I(x,y)}{2F} M_{H_2} A_{cv} \rightarrow \text{anode side}$ $S_{H_2O_a} = -\frac{\alpha(x,y)}{F} I(x,y) M_{H_2O} A_{cv} \rightarrow \text{anode side}$ $S_{O_2} = -\frac{I(x,y)}{4F} M_{O_2} A_{cv} \rightarrow \text{cathode side}$ $S_{H_2O_c} = \frac{1 + 2\alpha(x,y)}{2F} I(x,y) M_{H_2O} A_{cv} \rightarrow \text{cathode side}$

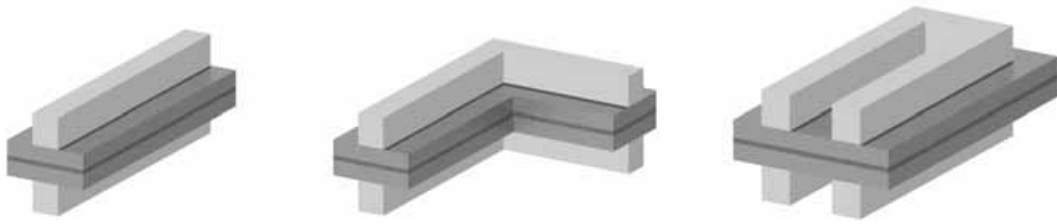


Fig. 1. Three Different types of flow channels used for numerical; simulation (a) parallel type (b) bended type(c) serpentine type.

$$\nabla \cdot (\epsilon \rho \vec{u}) = S_m \quad (1)$$

운동량 보존방정식은 Darcy's law에 기초하여 나타내어진다.

$$\nabla(\epsilon \rho \vec{u}) = -\epsilon \nabla p + \nabla(\epsilon \mu^{eff} \nabla \vec{u}) + S_u \quad (2)$$

화학종 보존방정식은 다음과 같다.

$$\nabla(\epsilon \vec{u} C_k) = \nabla(D_k^{eff} \nabla C_k) + S_k \quad (3)$$

전기화학반응에 의한 각 source term은 Table. 1에 나타내었다.

물의 이동과 관련된 방정식은

$$J_{H_2O} = 2 * n_d \frac{I(x, y, z)}{2F} : \text{Electro-osmotic drag flux} \quad (4)$$

$$J_{H_2O, back \text{ diffusion}} = \frac{\rho_{m, dry}}{M_{m, dry}} D_w * \frac{d\lambda}{dz} : \quad (5)$$

Back diffusion flux

로 표현된다.

2.2 압력계수 관련 방정식

연료전지의 유로는 Fig. 2와 같이 굽힘(bend)이 있는 형태를

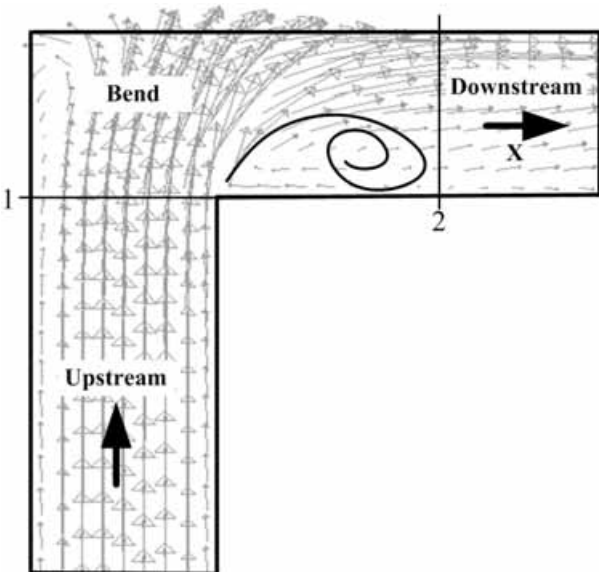


Fig. 2. Flow characteristic in duct with bend.

많이 가지는 데 이러한 굽힘이 있는 유로의 압력분포를 나누면 Fig. 3과 같다. 압력분포 그림에서 ΔP_1 은 덕트의 구부러진 부분을 제외한 A점과 F점 사이의 직관에 나타나는 압력손실을 나타내며 ΔP_2 는 덕트의 구부러진 부분의 직관의 표면 마찰이 더해진 압력손실이다. ΔP_3 는 구부러진 부분에서 발생하는 후류 마찰(recirculation friction)에 의한 압력손실을 나타낸다.

여기서 표면마찰 및 후류마찰에 의한 굽힘손실계수(bend friction coefficient) K_b 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$K_b = \frac{\Delta P_2 + \Delta P_3}{1/2 \rho V^2} \quad (6)$$

V 는 속도를 의미한다.

과다 손실 계수(excess friction coefficient) ξ 는 표면마찰과 관련된 압력손실 ΔP_2 를 제거한 것으로 다음과 같이 정의된다.

$$\xi = K_b - 4fC\theta \quad (7)$$

C 는 곡률비이며 θ 는 굽힘 각도를 나타낸다. f 는 직관에서 유동이 완전발달일 때의 마찰계수를 나타낸다.

3. 결 과

수치계산은 3가지 유로형태에 대하여 수행하였는데 제일 간단한 형태인 parallel 유로에서 압력강하특성을 Fig. 4에 나타나 있다. 수치계산의 조건은 anode stoichiometry 2 와 cathode stoichiometry 3의 조건에서 하였으며 대기압상태에서 온도조건은 353K로 두었고 전압조건은 0.6V를 기준으로 하였으며 다른 조건은 Table 2.에 잘 나타나 있다.

Fig. 4는 parallel채널에서 반응을 고려한 경우와 고려하지 않

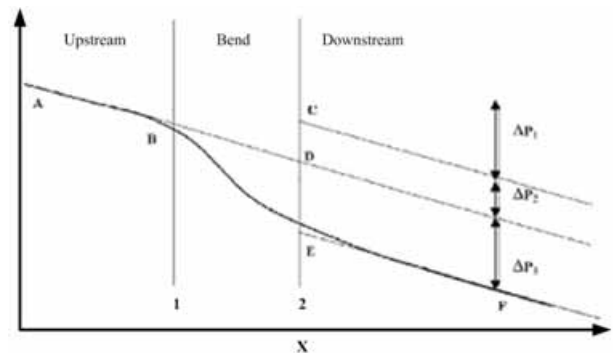
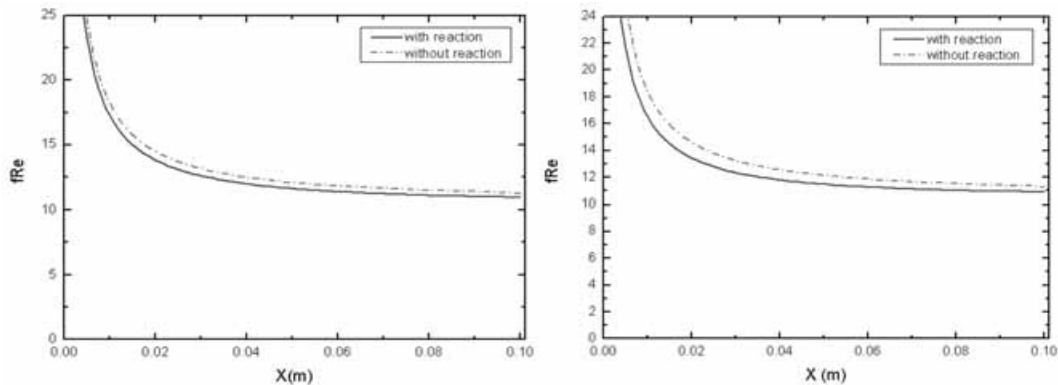


Fig. 3. Schematic variation of center-line pressure in duct with bend (Ward-Smith, 1980).

Table 2. Cell design parameters and cell operating conditions

Description	Value
Cell/electrode length (cm)	10
Gas channel height (cm)	0.12
Gas channel width (cm)	0.08
Anode GDL thickness (cm)	0.0375
Porosity of anode GDL	0.7
Membrane thickness (cm)	0.01
catalyst layer thickness (cm)	0.0025
Porosity of cathode GDL	0.7
Cathode GDL thickness (cm)	0.0375
Cell temperature (K)	353
Pressure at the anode gas channel inlet (atm)	1
Relative humidity of inlet fuel stream (%)	100
Anode stoichiometry	2
Pressure at the cathode gas channel inlet (atm)	1
Cathode stoichiometry	3
Cell voltage(V)	0.6
Inlet nitrogen-oxygen mole fraction ratio	0.79/0.21

**Fig. 4. Variation of fRe along the x axis with and without reaction at anode(a) and cathode(b) for straight channel.**

은 경우에서의 마찰계수 fRe 를 상호 비교하였는데 fRe 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$fRe = \frac{2 * D_h^{2*}}{\mu} \frac{\Delta P}{V * dx} \quad (8)$$

여기서, μ 는 마찰계수, D_h 는 수력직경(hydraulic diameter), V 는 유동속도, ΔP , dx 는 압력강하 및 격자크기를 나타낸다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이 화학반응이 있는 경우의 fRe 가 cold flow에 비해 근소한 차이로 감소한 것을 볼 수 있다. 이러한 결과는 반응이 있는 경우 산화극에서는 유입되는 연료가 소모되어지며 물의 역확산(back diffusion)에 의해 산화극으로 물이 이동하게 되고 또한 환원극에서는 화학반응에 의해 산소가 소모되고 물이 생성되어 채널 내의 밀도가 변함에 따라 나타나는 것으로서 Yuan(8)의 결과와 유사한 경향을 보이고 있다. 채널형상에 따른 유동특성을 알아보기 위해 bended serpentine 채널에서의 fRe 를 비교하여 보았다.

Fig. 5에서의 마찰계수곡선에서 parallel 채널과 달리 구부러진 부분이 위치해 있는 곳에 peak가 발생하는데 이는 굽은 영역에서 recirculation zone이 형성되어 급격한 압력강하를 야기시키기 때문인 것으로 판단된다. 이러한 recirculation 유동은

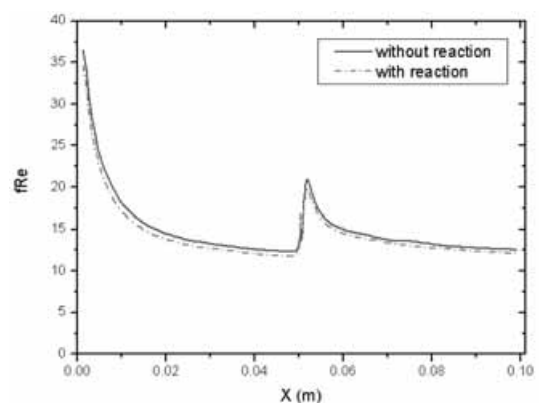
**Fig. 5. Variation of friction factor along the axis with and without reaction at bended channel.**

Fig. 6의 bend 부분의 속도벡터에서 잘 관찰할 수 있다. 이러한 recirculation flow에 의한 압력강하가 가장 크게 나타나는 굽은 영역에서의 압력강하특성을 알아보았다.

Fig. 7은 굽힘이 있는 유로채널에서 반응을 고려한 경우와 고

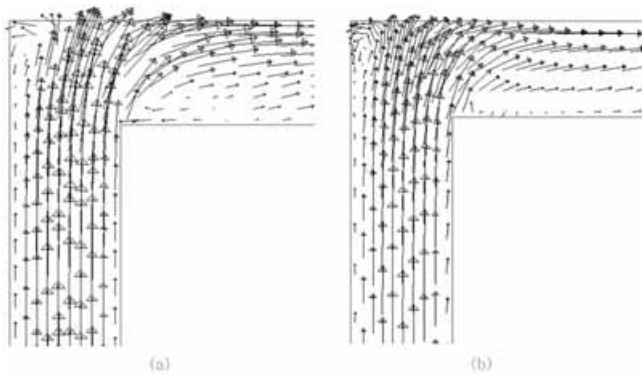


Fig. 6. Velocity vectors around the corner for bended flow channel without(a) and with(b) reaction.

려하지 않은 경우 굽힘마찰 계수(bend friction coefficient)와 초과 마찰계수(excess friction coefficient)를 나타내고 있다. Fig. 7의 결과에서 반응유무에 상관없이 굽힘마찰계수와 초과마찰계수의 차이가 크게 나타나지 않고 있어 전기화학반응에 의한 밀도변화가 recirculation에 의한 압력강하에 크게 영향을 주지 않음을 알 수 있다. 즉 평행류와 굽은 채널형상에서 화학반응에 의해 발생하는 가스밀도의 변화가 채널내의 압력강하 특성에 큰 영

향을 주고 있지 않는 것을 알 수가 있다. 고분자 전해질 연료 전지의 유로형태로서 가장 널리 쓰이고 있는 serpentine 채널형상에서의 압력강하 특성을 알아보기 위하여 Fig. 8에 반응이 있는 경우와 없는 경우에 대한 마찰계수값을 나타내었다. Fig. 8에서 굽은 지역까지 마찰계수가 반응이 있는 경우 증가하다가 굽은지역을 지나 하류부분에서는 반응이 있는 경우 반응이 없는 경우에 비해 낮은 마찰계수 값을 가짐을 알 수 있다. 평행류와 굽힘이 있는 유동채널의 경우 반응이 있는 경우 밀도의 감소로 인하여 마찰계수값이 반응이 없는 경우에 비해 다소 작은 값을 가지기 때문에 serpentine 유로에서 마찰계수의 값이 굽은지역 상류부분에서 반응이 있는 경우 높은 값을 가지는 것을 마찰계수만을 가지고 설명하기가 쉽지 않다. 그래서 실제 serpentine 유로에서의 유속 및 압력강하를 직접 수치계산 결과로부터 Fig. 9에 표시하였다.

Fig. 9에서는 반응이 없는 경우와 반응이 있는 경우 유로를 따라 유속의 변화와 유로에서의 압력강하값을 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 반응이 있는 경우 유속이 유로를 따라 굽힘이 있는 지역까지 급속히 감소하다가 하류지역에서 다시 증가하는 형태를 보여주고 있고 압력강하는 반응이 없는 경우에 비해 매우 작은 값을 가지고 있음을 알 수 있었다.

이러한 상류에서의 급속한 속도 감소현상을 알아보기 위하여 상류부분의 횡단면에서의 유속분포를 알아보았다. Fig. 10은 횡

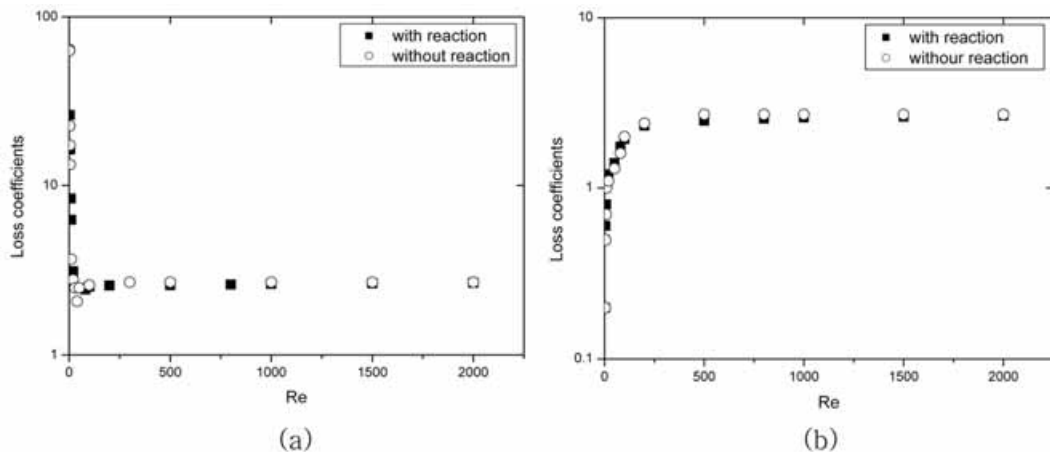


Fig. 7. Variation of bend coefficients(a) and excess coefficients(b) with Re without and with reaction for bended channel.

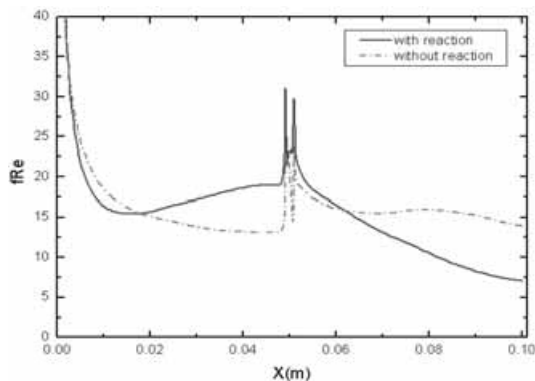


Fig. 8. Variation of friction factor along the axis with and without reaction at serpentine flow channel.

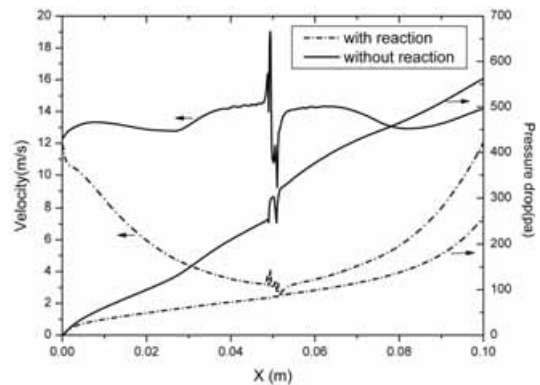


Fig. 9. Pressure drop and velocity along the flow channel for serpentine flow channel with/without reaction.

단면에서의 속도벡터를 나타낸 것으로서 (a)는 평행류 채널에서의 속도분포를 (b)에서는 serpentine유로에서의 속도 벡터를 나타내었다. 평행류의 경우 유로에서 확산과정을 통하여 가스확산층(GDL)에 공급되는 반응물의 속도벡터는 가스확산층을 향하고 있고 가스확산층의 중심선을 기준으로 대칭을 이루고 있음을 확인할 수 있다. 즉 전극으로의 반응물공급이 주로 확산과정에 의하여 이루어지고 있음을 알 수 있다. 반면에 serpentine 유로에서는 가스확산층에 주된 흐름이 존재하게 되며 방향은 인접유로로 향하고 있음을 알 수 있다. 이는 반응물의 전극으로의 공급이 가스확산층을 통한 bypass 유동에 의하여 지배되고 있음을 알 수 있다. 이러한 상류측에 bypass된 흐름은 인접 유로로 흘러들어가 상류측의 급격한 속도감소를 유발하게 됨을 확인할 수 있다. 이러한 상류측의 급격한 유속 감소는 Fig. 8의 길이에 따른 유속분포에서도 알 수 있으며 이러한 유속감소는 마찰계수를 나타내는 fRe 의 식 (8)에서 분모의 속도항이 작아지게 되어 전체적으로 fRe 가 상류측에서 커지게 된다. 반면 실제압력 손실은 Fig. 9의 압력강하선도에서 알 수 있듯이 반응이 있는 경우 낮은 값을 나타내고 있음을 확인할 수 있다. 즉 bypass 유동에 의해 유속의 감소로 실제 압력손실이 반응이 있는 경우 반응이 없는 경우에 비해 매우 작아짐을 알 수 있다. 이러한 serpentine 유로에서의 압력강하 특성을 유속의 크기를 나타내는 Re 수에 대하여 나타내 보면 Fig. 11과 같이 나타난다. Fig. 11에서 전기화학반응이 일어나며 가스확산층이 적용된 경

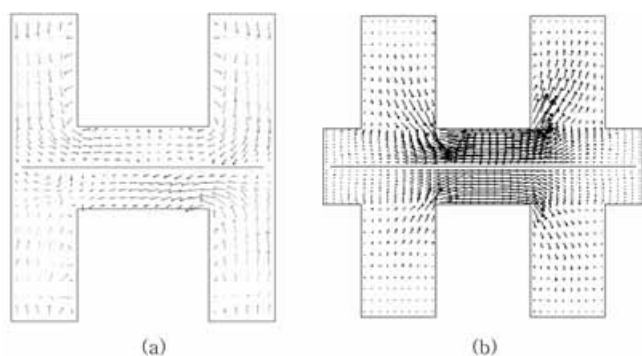


Fig. 10. Velocity vectors parallel(a) and serpentine(b) flow channel at the cross section.

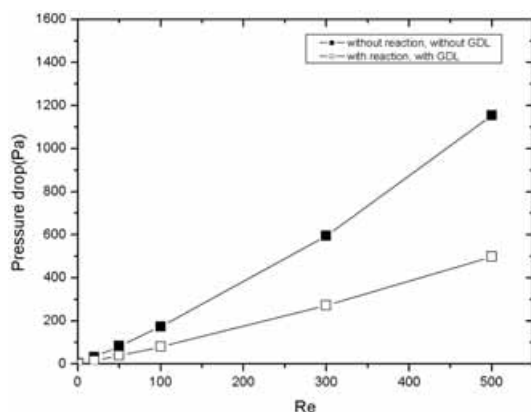


Fig. 11. Comparison of pressure drops for Re for three flow channel with/without reacting condition.

우가 반응이 없는 경우 보다 압력손실이 전 Re 수 범위에서 작게 나타나는 것을 알 수 있으며 Re 수가 증가할수록 그 차이가 커짐을 알 수 있다. 이러한 압력강하특성은 serpentine 유로설계시 단순히 미세유로에서의 cold flow에 의한 압력손실 특성만이 아닌 bypass 유동을 고려한 유로설계가 이루어져야 함을 보여주고 있다. 본 연구에서 적용된 serpentine 채널은 단순한 형상으로 실제 적용되는 모델과 차이가 있으므로 실제 결과와 다른 결과가 나타날 수도 있을 것이라 볼 수도 있지만 본 연구는 채널 형상에 따라 나타나는 결과를 비교하기 위하여 똑같은 길이를 가진 채널에서 수치해석을 진행하였으므로 serpentine 채널을 간단한 형상으로 적용한 것이고, 실제 적용되는 serpentine에서도 같은 결과가 나타나는 것을 J. Park가 수치해석을 진행하여 GDL을 포함하는 경우 압력강하가 두 배가량 감소하는 것을¹¹⁾에서 보여주고 있으며 이는 본 연구의 결과와 비슷한 양상을 보이고 있어 본 연구결과가 실제와 비슷한 결과를 보여준다고 볼 수 있다.

4. 결 론

1. 전기화학반응에 의하여 수소와 산소의 소비, 물의 생성으로 인해 밀도가 변화하여 마찰계수에 영향을 미쳐 전기화학반응을 수반한 경우의 fRe 가 수반하지 않은 경우보다 조금 낮게 나타난다.
2. 반응이 있는 가스확산층(GDL)을 포함한 Serpentine채널의 유동은 인접한 채널로 유동이 이동하는 bypass flow의 영향으로 밀도, 속도가 크게 감소하여 상류측에서는 마찰계수가 높아지고 하류측에서는 낮아지나 전체 압력강하는 cold flow에 비해 낮은 값을 가진다.
3. 평행류와 굽힘이 있는 유로에서 전기화학반응에 의한 채널 내의 밀도변화가 채널에서의 유동 특성에 큰 변화를 주고 있지 않아 유로설계시 cold flow에 의한 압력강하식을 적용하는 것이 가능하나 serpentine 유로에서는 bypass 유동을 고려한 압력강하 특성을 설계시 고려해야 함을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 2007년 한국과학기술연구원 연료전지 연구센터의 지원을 받은 “개질기용 마이크로 채널의 성형법 및 유동해석” 연구의 일부로 관계자에게 감사드립니다.

참고문헌

1. J. A. C. Humphrey, J. H. Whitelaw, G. Yee, 'Turbulent Flow in a Square Duct with Strong Curvature' *J. Fluid Mech.***103**, 443(1981)
2. Y. Miyaka, T. Kazishima, T. Inaba, 'International Conference on Experimental Heat Transfer' *Fluid Mechanics and Thermodynamics*, (1988).
3. A. J. Ward-Smith, 'Internal Fluid Flow, Oxford university press' New York, (1980).
4. S. Maharudrayya, S. Jayanti, A. P. Deshpande, 'Pressure losses in laminar flow through serpentine channels in fuel cell stacks' *J. Power Sources* **138**, 1(2004).
5. A. S. Rawool, S. K. Mitra, A. Agrawal, S. Kandikar, 'Numerical simulation of flow through microchannels in bipolar plate' *ICMM2005-75251*, (2005).
6. J. G. Pharoah, 'On the permeability of gas diffusion media used in PEM fuel cells' *J. Power sources* **144**, 77(2005).

7. Lan Sun, Patrick H. Oosthuizen, Kim B. McAuley, 'A numerical study of channel-to-channel flow cross-over through the gas diffusion layer in a PEM-fuel-cell flow system using a serpentine channel with a trapezoidal cross-sectional shape' *Int. J. Thermal Sciences* **45**, 1021(2006).
8. Jinliang Yuan, Masoud Rokni, and Bengt Sunden, 'A numerical investigation of gas flow and heat transfer in proton exchange membrane fuel cells' *Num. Heat Transfer(partA)* **44**, 255(2003).
9. A. S. Rawool, Sushanta K. Mitra, Jon G. Pharoah, 'An investigation of convective transport in micro proton-exchange membrane fuel cells' *J. Power Source* **162**, 985(2006).
10. R. Bird, W. Stewart, E. Lightfoot, 'Transport phenomena' Wiley, New York, (1960).
11. J. Park, X. Li, 'Experimental and Numerical Investigation of Reaction Flow in Flow Channels and Leakage Cross Flow Through Gas Diffusion Layers in PEM Fuel Cells' Fuel Cell Seminar, Hawaii, (2006).